

Problème 079 – Harry Potter et le symbole des Reliques de la Mort

Niveau : Troisième

Chapitres : Transformations géométriques (Homothéties)

Première distribution (en Devoir Surveillé) le 19/12/2019



Dans le 7^{ème} tome des aventures d'Harry Potter, le jeune sorcier se met en quête de retrouver les Reliques de la Mort avant que son pire ennemi, Voldemort (il ne fallait pas prononcer son nom ?), ne les trouve. Les Reliques de la Mort sont représentées par un symbole (dessiné sur la **Figure 1**) composé de 3 éléments : un **triangle équilatéral**, qui symbolise la Cape d'Invisibilité, qui encadre un **cercle** évoquant la Pierre de Résurrection (on dit que c'est le cercle « inscrit » dans le triangle), et une **hauteur** du triangle représentant la baguette de Sureau.

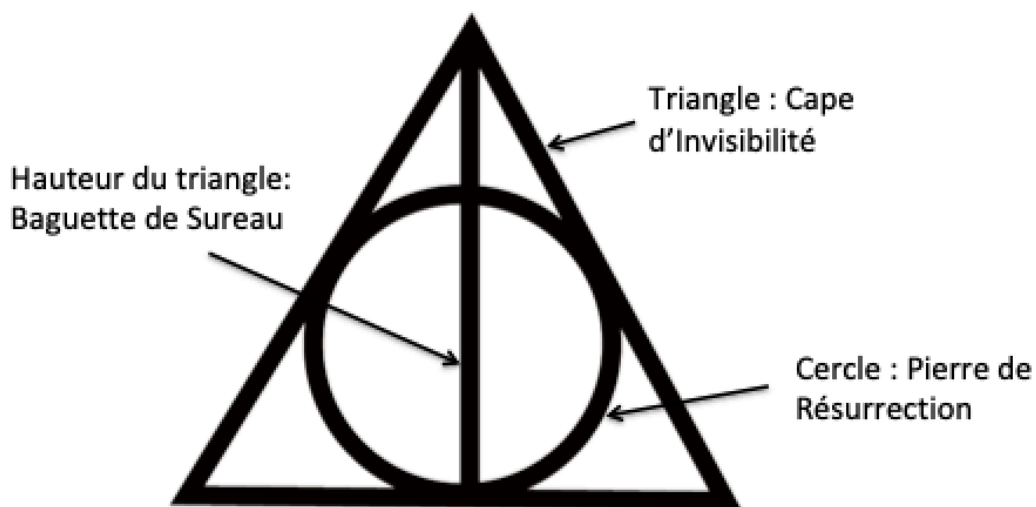


Figure 1 – Le symbole des Reliques de la Mort

Le symbole est rencontré à de nombreux moments dans l'univers d'Harry Potter, notamment sur un collier porté par le père de Luna Lovegood, Xenophilius.

Un jour, Harry Potter souhaite examiner le collier de Xenophilius dans les détails. Pour cela, il lance le « Sortilège d'Engorgement » (Amplificatum) sur l'objet pour l'agrandir. La situation est représentée en **Annexe**. On imagine Harry Potter lançant le sort issu du bout de sa baguette magique (représenté par un point H) sur l'objet, qu'on représentera uniquement par le symbole des Reliques de la Mort. Le sort lancé par Harry est assimilé à une homothétie de centre H et de rapport **2,5**.

1) Dessiner sur le schéma en **Annexe** le collier agrandi après le sortilège lancé par Harry Potter.

Les dimensions réelles de l'objet initial sont indiquées sur la figure de l'**Annexe**, **qui n'est donc pas à l'échelle réelle**. Dans les questions suivantes, on fera donc attention à calculer des longueurs et des aires réelles (inutile donc de mesurer sur la figure!).

2) Calculer la longueur du symbole de la Baguette de Sureau agrandie.

3) a) Calculer l'aire du disque initial (la Pierre de Résurrection) et du triangle initial (la Cape d'Invisibilité).

b) En déduire les aires de ces deux symboles agrandis.

4) Une fois terminée l'observation du collier agrandi, Harry Potter décide de le ramener à sa taille initiale en appliquant un « Sortilège de Ratatinage » (Reducio) qui permet de réduire un objet. Malheureusement, Harry Potter, toujours maladroit, se trompe et réduit le collier agrandi plus que prévu en appliquant une homothétie, toujours de centre H, mais de rapport $\frac{1}{4}$.

a) Construire sur le même schéma en **Annexe** l'objet réduit.

b) Quel est le rapport de l'homothétie que Harry Potter aurait dû appliquer pour ramener l'objet à sa taille initiale ?

c) Quel est le rapport des longueurs entre celles de l'objet désormais trop réduit et celles de l'objet initial ? Et le rapport des aires ?

Formulaire

Aire d'un triangle : $\frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$

Aire d'un disque de rayon R : $\pi \times R^2$